「易経」の数理

—筮法と確率—

船倉　武夫

倉敷芸術科学大学産業科学技術学部

(1996年９月30日　受理)

I.　相撲の取組中，行司は，ともにワザを仕掛けないで膠着状態のとき，

「はっけよい，のこった，のこった」

と力士に声を掛ける。いつも耳からだけ聞く言葉で，「のこった」が「残った」であることは明らかだが，「はっけよい」は意味不明である。辞書をひもとくと，「八卦良い」とある。つまり良い八卦がでたぞ，闘うに十分な期は熟したの意である。

このように何気ないところに易の考えが日本人の日常生活の中に入り込んでいる。なお，八卦は「はっか」が正しい。

占筮は，筮竹の本数を数え，それの数から陰陽を定め算木（卦算ともいう）で表していく。そして卦を求めるのである。そのあと『周易経』やその注釈本（朱子『周易本義』[4] など）を参照して，易を立てた人にとって，都合よく解釈するわけである。

本論の目的は易の解釈を議論するのではなく，筮法のアルゴリズムを考察することであるが，このアルゴリズムに従って，プログラミングを行うには，易について必要最小限度の知識が必要であるので，数理的考察の前にそれらを整理しておく。

II.　重大な出来事に遭遇したとき，さまざまな方法で神意を問うことは，古今東西問わず広く行われてきた。神の意志に託すことにより，事をはじめるときの勇気と事を成就できるとの自信を得ようとしたのである。古代中国には，主な神託の方法として，亀卜（きぼく）と蓍筮（しぜい）があった。

亀卜は前３世紀の殷の時代に盛んに行われた方法である。

亀の甲羅や動物の骨を火にくべると，ひび割れができる。漢字「卜」は，このときの割れるときの音「ボク」を発音とし，割れ目の形を象形した文字である。「卜」の意図する神託を口を通じた言葉で表す会意文字が，「占」である。ひびが両側にできた様子を象った文字が「兆」である。訓の「きざし」はここに由来する。なお，亀卜に使用した骨を適当な大きさに「切」ることと，数字「七」が関係するとも言われている。

蓍筮は殷王朝を滅ぼした周王朝の時代に発展したものである。周代は農業が発達した時代で

あり，亀卜から蓍筮への移行は狩猟から農業への変化を象徴しているのであろう。

蓍（し）について，『説文解字』に，「一つの根から千年で300茎を生じ，天子の蓍は９尺，諸侯は７尺，大夫は５尺，士は３尺となり，百茎となる蓍の上には青雲があり，下に神亀がいてこれを守る」とある。

蓍とはメドハギと呼ばれるマメ科（萩の仲間）の多年草と思われている。この植物は広くアジアに分布し，日当たりの良い河原や草地に生え，近年，造成地の土止めとして利用されている。高さは50cm～1mぐらい，茎はまっすぐ小立状に直立し，上部でよく分枝し，花は紫色である。決して神秘的な稀少な植物でないことからも，日常的に易筮を行っていたと推測できる。なお，メドハギは目処萩とも書くが，用例「目処を立てる」からも分かるように，将来の事に検討をつける意である。なお，メドギハギがつまって，メドハギとなった。

「筮＝竹＋巫」である。巫女が竹でできたものを取り扱う意を表す会意文字である。「筮」はタケカンムリ，「蓍」はクサカンムリである。つまり，繰り返し利用ができ取り扱いが簡単な筮竹（竹ひご状）に取って替わられたのであろう。

『漢書，律歴史』には，

> 数は一十百千万なり，以て数事物を算するは，性命の理に順じるところなり。書曰く，その算命に先んじ，本は黄鐘の数に起こる。一に始まり，この三，三三この積，十二辰の数を歴し，十有七万七千一百四十七，五数備わるかな。その算法は，竹で径一分，長さ六寸を二百七十一枚を用いた。六觚をなせば，一握をなす。

とある。

「一に始まり・・・」は，3を11回掛けていくと解釈でき，$1\times3^{11}=177107$＝十七万七千一百七とすれば計算が合う。なお，五数とは一十百千万のことである。271本の数は中途半端な数との印象を受けるかもしれない。実は次のような計算に基づくのである。六觚が六角形である事に注意すれば，まず最初に中心に1本を置き，それを芯に周囲に筮竹を取り巻いて六角柱を作っていく。筮竹を9重に取り巻くと太い六角柱になる。このとき使用する筮竹の本数は中心の1本に順次6の倍数を順に加えればよく，

$$1+6+2\times6+3\times6+4\times6+\cdots+9\times6=1+6\times9\times(9+1)\div2=271$$

となる。中国の度量衡はかなり変遷しているが，漢代（１～3世紀ごろ）では，

１寸≒2.3cm，そこで，太さ１分≒2.3mm，長さ６寸≒13.8cmである。$2.3\times19=43.7$だから，よって六角柱の直径≒約4.4cmとなる。一握の意にかなう。

Ⅲ．　亀卜や易筮より前の神託の方法を易経では記載していないが，ここに覚え書きを追加しておく。

堯帝のとき，裁判官の皋陶（きょうこう）は，法廷で神獣に被疑者を触れさせて，真偽を判断するのに用いたといわれている。古代，裁判上で審判の決しにくい時，真偽正邪を裁くため

に，このようなことを行ったのである。使われた神獣とはどのような動物なのか？それは「解廌（かいたい)」と呼ばれた牛に似た一角獣と「説文解字」に説明されている。字形からは上半身は鹿に，下半身は馬に似た動物を連想してしまう。

神判に勝訴を得た解廌の胸に「心」の文飾を施したのが，「慶」の起こりである。さて，敗訴を表したのが「法」の字となったのである。「去」は訴えに虚偽があったとして，訴面を収めた器のふたを取り去られる意である。すなわち，敗訴した者は，破棄された訴面と彼が差し出した解廌とともに水に投棄されたのである。だからサンズイがつく。確かに法の本字は「灋」である。

廌にクサカンムリを載せた「薦」は，解廌が食べる丈がそろった草が原義である。解廌が選んだから推薦の意義を得たのである。

神獣を，池の中の島に押し込めて，外に出られない様子から，「外に出られないようにした枠」から転じて，「取り締まる掟，やり方」の意味も示すようになったともいう。

さて，なぞなぞをひとつ。「頭が馬で体が鹿は何？」の答えは「馬鹿」とするのは冗談である。まじめななぞなぞをもうひとつ。「頭は馬で，角は鹿で，体は驢馬で，蹄は牛に似ているが，そのどれでもない動物は何？」答えは「四不象（しふぞう)」である。偶蹄目シカ科で，小牛ぐらいの大きさの実在する哺乳類である。そして，夏毛は黄褐色，冬毛は灰褐色であり，しっぽは牛とよく似ている。野生種はかなり前に絶滅し，北京南苑で飼育されていたのをフランスの宣教師が1865年に発見し，ヨーロッパに紹介した。その後の天災や戦災で，南苑にいた個体群も全滅してしまった。ところが，イギリスの貴族が自分の庭園で飼育するためにヨーロッパへ連れ帰ったのが再発見された。それらから繁殖させ，現在は世界中の動物園で飼われている。神獣は，この四不象なのかもしれない。

神の判断をあおぐ方法にはより残酷な，盟神探湯（くわかた）もあった。古代には裁判において両者が主張を曲げず審判がつかないとき，神に誓いを立てて，熱湯の中に手を入れさせ，正しい者は火傷にならない，誤った者は火傷になるとした神判である。日本へは中国から伝来したと言われている。現在でも神道で火渡りをさせたりするのはその名残と思われる。

これらに比べて，亀卜や占筮は理性的であるとするのであろう。特に占筮の数を数える行為が神判と結びつくのは，数学の起源を考える上で示唆的である。

Ⅳ. 筮竹は，算（サン)，籌（チュウ)，策（サク）とも呼んだ。ここに算とあるように，筮竹は計算用棒でもあった。東アジア（中国・朝鮮・日本など）においてソロバン以前は算木を計算用に広く利用していた。和算ではソロバンが普及後も，方程式を解くために使い続けられたし，朝鮮半島ではソロバンはほとんど普及せず19世紀末まで算木計算が重視されていた。計算用としては，竹製から木製になり，形も転がらないように円柱から角柱へと工夫され，「算木（さんぎ)」になっていった。さんぎと重箱読みであることは和語であることを示す。な

お，日本では四角柱（直方体）であるが，朝鮮半島では三角柱であったという。

ところで，易では，筮竹として，上半分は円柱で下半分は四角柱の竹ひごを使い，卦の結果を表すのに算木6本を用いる。

周易繋辞上伝第九章をかいつまんで説明しておく。

奇数（1,3,5,7,9）を天の数とし，偶数（2,4,6,8,10）を地の数としている。天数と地数の組み合わせで，五行（ごぎょう）がすべてうまく表示できる。

天数の和＝1＋3＋5＋7＋9＝25

地数の和＝2＋4＋6＋8＋10＝30

そこで

天数の和＋地数の和＝55

より，端数５を切り捨てた50本の筮竹を使えば十分である。ところが，天地のまだ分かれない以前の世界万物の元始たる太極（太一あるいは太初ともいう）を象徴として，変化の相から省くので，

50－1＝49

したがって，実際に運用するのは，49本である。

V.

筮竹を何本かずつまとめて数え，あまりを出してそれを省き，また数える。この操作を繰り返した最終結果を

陽 ━　　　陰 --

の二つの符号で表した。この記号は━を男性，--を女性の生殖器を図案化したとも言われている。しかし金文（文字）では，━を○で表していることからも，━は連続，--は不連続の象徴と見ることもできる。

八卦は陽・陰で3本の順列は，2^3＝８通りある。

乾	兌	離	震	巽	坎	艮	坤
☰	☱	☲	☳	☴	☵	☶	☷

━は1画で奇数，--は2画で偶数に対応させ，━に１，--に０と置き換える。易では下から上へと読むことに注意すれば，

111　110　101　100　011　010　001　000

となる。2進法の整数（コンピュータ用語では3ビット）と解釈すれば，規則正しく

7　6　5　4　3　2　1　0

となる。平山［1］は易で下から読むことに気づいていないようである。

易の原理が2進法の理論に基づくことを，ドイツの哲学者・数学者ライプニッツが指摘したことはよく知られている。彼は２進法に関して1679年に最初の論文にとりかかり，1703年に「２進法の解説」という論文でまとめた。そこで易について触れている。中国に在住していた

フランス人宣教師ブーヴェから易のことを知り，感銘を受けたためといわれている。

VI.　陽・陽と八卦の中間に位置するのが，老・少である。四象という。陽・陰に陽・陰を重ねて次のように定める。漢数字と記号を当てた。

陽	老陽	⚌	九	□	(陽の極み)
	少陰	⚍	八	--	(陽が陰に変じてもはや不変)
陰	少陽	⚎	七	ー	(陰が陽に変じてもはや不変)
	老陰	⚏	六	×	(陰の極み)

現在の朱子の系譜をひく算木の側面には，老陽□，少陰--，少陽ー，老陰×が刻まれている。以下で述べる各爻での結果を算木において示すのである。

VII.　八卦だけでは単純すぎるので，そこで八卦を重ねて，8×8=64通りの順列をつくった。なお，上卦（あるいは外卦），下卦（あるいは内卦）とよび，下から上へと見ていく。

上卦	終爻	陽ーあるいは陰--
	五爻	陽ーあるいは陰--
	四爻	陽ーあるいは陰--
下卦	三爻	陽ーあるいは陰--
	二爻	陽ーあるいは陰--
	初爻	陽ーあるいは陰--　　↑の方向に読む。

64卦を重ねれば，64^2=4096卦を得る。これでは細かく分類し過ぎで，表面的には64卦に留まっている。しかし64卦だけでは物足りないようで，変爻（へんこう）と之卦（しか）の概念を導入して，実質的には4096卦である。

易の原理は「極まれば衰える」「満れば欠くる」にある。そこで

老陽（九）→少陰（八）　　老陰（六）→少陽（七）

と変化させる。一方で，少陽（七）と少陰（八）はすでに変化がし終わり，変化させない。

はじめに得た卦を本卦（ほんけ）といい，変爻した卦を之卦とするのである。本卦と之卦の順列は4096通りとなる。

いいかえれば，上記で「陽ーあるいは陰--」とあるのを「老陽□，少陰--，少陽ーあるいは老陰×」としたのと同一である。本卦と之卦を合わせ考えることは，４つの記号□，--，ー，×の６個の順列にほかならない。まさに，0,1,2,3から構成される６桁の４進数に対応する。易は2進法の原理と言うよりも4進法の原理に基づくとした方が適切かもしれない。

朱子は『考変占第四』において，変爻の個数に応じての本卦と之卦の読み方を定めている。なお朱子に対して批判的な立場をとる諸説があり，それら易学を形成している。筆者はこれら

に関する見識が乏しいので論を深めるつもりはない。しかし易は変をもとめるものであるとしながら，少陽・少陰に帰着した之卦で占うのも奇妙な感じを受ける。むしろ老陰・老陽のみを取りあげ，少陽・少陰のときは定まらないとし，すなわち「卦が立たない」として，その占いを扱う方法もあるように思われる。このようにすると六爻とも卦が立つ確率は，$\left(\frac{4}{16}\right)^6=$ 0.00024410625である。卦が立つのが約4千回に1回ではとても，日常の占いに使用することはできない。確率論的な立場から見ると，朱子の発想は，特別な場合のみ天命が卦に顕れる占筮を，どのような些細な場合でも卦を得ることができる占筮へと，いわば易の日常化を謀ったとも言えよう。(表3参照)

この小論の目的は，占筮の方法として，

本筮法　　中筮法　　略筮法　　擲銭法

について，そのアルゴリズムを解析したうえで，それらの違いを数学的に明示することである。特に本筮法を詳しく論究する。

Ⅷ.　本筮法

周易繋辞伝に書かれている方法である。後代の易学者が言葉が足りない点を補って以下の占筮方法が確立した。

【方法】

①　筮竹を2組に分け，それぞれ右手と左手に分けて持つ。左手の筮竹は天を意味して天策，右手の筮竹は地を意味して地策と呼ぶ。

②　地策を机に置き，それらから1本を抜く。これは人を象徴するのであり，左手の小指と薬指の間に挟む。

③　天策を取り上げて，4本ずつ数えてゆく。

④　余った策を左手の薬指と中指の間に挟む。ちょうど4本ずつなったときは4本を余りとする。使い終わった天策は机の上に置いておく。

③′ 地策を取り上げて，4本ずつ数えてゆく。

④′ 余った策を左手の中指と人差し指の間に挟む。ちょうど4本ずつなったときは4本を余りとする。使い終わった天策は机の上に置いておく。

①～④を第一変という。数えるのに4本ずつするのは四季，筮竹の余りは閏年，指の間に天策と地策の2回を挟むのは，閏年が5年に2年あることを象徴しているのであると述べている。このこじつけは易経が確立したころの中国の暦法に当たる。

指の間に挟んだ策をまとめて，別に置き，これらを省いた残りの筮竹を用いて再び，①から④までを行う。これを第二変とする。

第二変で指に挟んだ筮竹を更に省いて残った筮竹をまとめて取り上げて，三度，①から④までを行う。これを第三変とする。

第三変が済んで，残された筮竹を取り上げて，4本ずつまとめてゆくと，6組，7組，8組，9組のいずれかであり，端数は出ない。この6,7,8,9が占筮の結果である。Ⅵ節で与えた対応により定まる。再記すれば，

6→老陰　7→少陽　8→少陰　9→老陽

以上で初爻が決定した。さらに5回繰り返して，二爻，三爻，四爻，五爻，終爻と決めていくのである。

【数学的考察】

一変で，天策を a_1 本，地策を b_1 本とすると，$a_1+b_1=49$ である。

①で人の分を取るので，天策は a_1 本，地策は b_1-1 本となる。

②，③で4本ごとまとめるとは，4で割り算を行ったときの商と余りを考えることに相当する。天策において4本の束が m_1 組でき，余りが r_1 本となり，地策において4本の束が n_1 組でき，余りが s_1 となったとすると，

$$a_1=4m_1+r_1,\ b_1-1=4n_1+s_1 \qquad (1\leqq r_1\leqq 4,\ 1\leqq s_1\leqq 4)$$

の関係式が成立する。

従って，二変で使う策は，$a_1+b_1-r_1-s_1-1=4(m_1+n_1)$ 本である。$2\leqq r_1+s_1\leqq 8$ であるから，$40\leqq$ 左辺 $\leqq 46$ である。一方，右辺は4の倍数であるから，二変で使う筮竹は40または44本であることが分かる。

二変も一変と同様に考える。②，③で天策が m_2 組，余り r_2 本，地策が n_2 組，余り s_2 本とすると，

$$4(m_1+n_1)=a_2+b_2,\ a_2=4m_2+r_2,\ b_2-1=4n_2+s_2 \qquad (1\leqq r_2\leqq 4,\ 1\leqq s_2\leqq 4)$$

であり，三変で使う策は，$a_2+b_2-r_2-s_2-1=4(m_2+n_2)$ 本である。上記と同様に考える。$31\leqq$ 左辺 $\leqq 41$ であり，右辺は4の倍数であるから，三変で使う筮竹は32, 36,または40である。

三変の第二，三営で天策が m_3 組，余り r_3，地策が n_3 組，余り s_3 とすると，

$$4(m_2+n_2)=a_3+b_3,\ a_3=4m_3+r_3,\ b_3-1=4n_3+s_3 \qquad (1\leqq r_3\leqq 4,\ 1\leqq s_3\leqq 4)$$

となる。結局，卦を判定する策は $a_3+b_3-r_3-s_3-1=4(m_3+n_3)$ 本である。

確かに4の倍数であり，しかも，$23\leqq$ 左辺 $\leqq 37$ であり，4の倍数でもあるから，左辺は24, 28, 32, 36となる。従って，$m_3+n_3=6,7,8,9$ が，一爻の結果である。

分かり易く，表1にまとめた。行幅は起こりうる場合の数の比率に応じてとってある。

占筮を実行すると，陽と陰は拮抗して生じる。しかし子細に記録を採ると，「老＊」よりも「少＊」の方が圧倒的に多く生じ，また「老陽」と「老陰」で比べれば「老陽」が多く生じる。

このことを数学的に検証するには，各変ごとに指に挟む策数で整理してみればよい。

一変の始まりには策数は，49本あり，一変後，すなわち，二変開始の時点に筮竹の本数は，44または40本となり，起こりうる場合の数の比は 3：1 である。

二変後，すなわち，三変開始時に策数は，40, 36 または 32 本となり，起こりうる場合の数の比は 3：4：1 となる。

最後の三変終了時には策数は，36, 32, 28 または 24 本で起こりうる場合の数の比は，3：7：5：1となる。従って，

老陽：少陰：少陽：老陰＝3：7：5：1

であり，本卦では

老：少＝（3+1）：(7+5）＝1：3

陽：陰＝（3+5）：(7+1）＝1：1

が分かる。老陽→少陰　老陰→少陽　と変じた之卦では，

陽：陰＝（5+1）：(3+7）＝3：5

である。

【50本の場合】ところで，初めに大局として50本から1本を抜き，49本で占筮を行うが，1本を抜かずに50本のままで占筮を行ったとしよう。表2を得る。

老陰が出現せず，

老陽：少陰：少陽：老陰＝1：2：1：0

となる。本卦では

老：少＝（1+0）：(2+1）＝1：3

陽：陰＝（1+1）：(2+0）＝1：1

が分かる。本筮法と一致するが，老陽→少陰　老陰→少陽　と変じた之卦では，

陽：陰＝（1+2）：(1+0）＝3：1

と異なる。

【51本の場合】50本に1本を追加すると，表3になる。

40÷4＝10が出現し，6,7,8,9の範囲外である。老陽・少陽・少陰は出現するので，あえて老陰を当てると

老陽：少陰：少陽：老陰＝5：7：3：1

であり，本卦では

老：少＝（5+1）：(7+3）＝3：5

陽：陰＝（5+3）：(7+1）＝1：1

が分かる。老陽→少陰　老陰→少陽　と変じた之卦では，

陽：陰＝（3+1）：(5+7）＝1：3

となる。

【48本の場合】50本から2本を抜くと，表4になる。

老陽：少陰：少陽：老陰＝1：3：3：1

であり，本卦では

老：少＝（1+1）：(3+3）＝1：3

陽：陰＝（1+3）：(1+3）＝1：1

が分かる。老陽→少陰　老陰→少陽　と変じた之卦では，

陽：陰＝（3＋1）：(3＋1）＝1：1

である。

表1（行幅は場合の出現する比率に応じている）

<table>
<tr><th colspan="5">一変</th><th colspan="4">二変</th><th colspan="4">三変</th></tr>
<tr><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th></tr>
<tr><td rowspan="15">49</td><td rowspan="15">1</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">3</td><td rowspan="9">44</td><td rowspan="15">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="5">40</td><td rowspan="15">1</td><td>1</td><td>2</td><td rowspan="2">36</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="6">32</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="6">36</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td rowspan="5">28</td></tr>
<tr><td rowspan="6">4</td><td rowspan="6">4</td><td rowspan="6">40</td><td>1</td><td>2</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="4">32</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">3</td><td>3</td><td>4</td><td rowspan="2">24</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
</table>

表2（行幅は場合の出現する比率に応じている）

<table>
<tr><th colspan="5">一変</th><th colspan="4">二変</th><th colspan="4">三変</th></tr>
<tr><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th><th>人</th><th>天</th><th>地</th><th>策数</th></tr>
<tr><td rowspan="8">50</td><td rowspan="8">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="8">44</td><td rowspan="8">1</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="4">40</td><td rowspan="8">1</td><td>1</td><td>2</td><td rowspan="2">36</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">1</td><td>3</td><td>4</td><td rowspan="4">32</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="4">36</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">3</td><td>3</td><td>4</td><td rowspan="2">28</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
</table>

表 3 （行幅は場合の出現する比率に応じている）

一変					二変				三変			
策数	人	天	地	策数	人	天	地	策数	人	天	地	策数
51	1	4	2	44	1	4	3	36	1	4	3	28
										3	4	
						3	4			2	1	32
		3	3									
										1	2	
						2	1	40		4	3	
		2	4							3	4	
						1	2					
										2	1	36
		1	1	48		4	3			1	2	
						3	4					
						2	1	44		4	3	
										3	4	
						1	2			2	1	40
										1	2	

表 4 （行幅は場合の出現する比率に応じている）

一変					二変				三変			
策数	人	天	地	策数	人	天	地	策数	人	天	地	策数
48	1	1	2	44	1	1	2	40	1	1	2	36
										2	1	
						2	1			3	4	32
										4	3	
		2	1			3	4	36		1	2	
						4	3			2	1	
		3	4	40		1	2			3	4	28
						2	1			4	3	
		4	3			3	4	32		1	2	
										2	1	
						4	3			3	4	24
										4	3	

【補遺】

周易繋辞上伝第九章には，

乾の策は二百一十有六，坤の策百四十有四，およそ三百有六十，期の日に当たる。二篇の策は万有一千五百二十，万物の数に当たる。

とある。

ところで，乾：216=36×6，坤：144=24×6 に注意すれば，乾・坤においては少陽・少陰にあたる 28, 32 は考慮外である。

六十四卦に使われる筮竹の総本数が 11520 は次のように求まる。

陰--には24本，陽ーには36本として，陰が m 個，陽が n 個である爻に対して，$24m+36n$ 本を使う。陰が n 個，陽が m 個である爻に対して，$24n+36m$ 本を使う。そこで（陰，陽）＝（m,n），（n,m）の二つを組にすれば，

$$(24m+36n)+(24n+36m) = (24+36)m+(36+24)n = 60(m+n) = 360$$

である。m,n に無関係な 360である。64卦を 2 つずつ対にしたのが，32組ある。故に

$$360\times32=11520 \text{ 本}$$

を使うことになる。

数字合わせとの批判はあろうが，易はもともと数字合わせの側面がある。陽は九，陰は六としただけでないと思われる。

Ⅸ.　中筮法

本筮法は 1 爻を得るのに 3 変を行い総計 12変を行うので大変である。これを面倒くさがって簡易化した占筮法が考え出されたのである。

【方法】

① 筮竹を 2 組に分け，それぞれ右手（地策）と左手（天策）に分けて持つ。

② 地策から 1 本を抜き，左手の小指と薬指の間にはさむ。

③ 天策を取り上げて，8 本ずつ数えてゆく。(本筮法では 4 本ずつ)

④ 余った策を左手の薬指と中指の間に挟む。ちょうど 8 本ずつのときは余りは 0 本とする。使い終わった天策は机の上に置いておく。

指の間に挟んだ筮竹をまとめて数える。すなわち，「1＋余り」を x とおき，$8-x$ をもとめ，Ⅳ節で与えた数字から逆算して陽・陰を決める。6 回繰り返せば，六爻がすべて決まる。本卦と之卦も同時に定まる。

【数学的考察】

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$8-x$	7	6	5	4	3	2	1	0
2進数	111	110	101	100	011	010	001	000
	老陽	少陰	少陰	少陽	少陰	少陽	少陽	老陰
各桁和	3	2	2	1	2	1	1	0

天策を a 本，地策を b 本とすると，$a+b=49$ である。地策から１本を取り人とする。天策においては $a=8m+r$ $(0\leqq r\leqq 7)$ である。したがって卦を判定するのは $x=r+1$ である。

この場合は

老陽：少陰：少陽：老陰 ＝１：３：３：１

であり，本筮法の後段で論じた【48本の場合】に相当する。本卦においては，

老：少＝（1+1）：(3+3)＝１：３　　陽：陰＝（1+3）：(1+3)＝１：１

老陽→少陰　老陰→少陽　に変じた之卦を考えると，

陽：陰＝（1+3）：(1+3)＝１：１

となる。

X.　略筮法

【方法】

①　筮竹を２組に分け，それぞれ右手（地策）と左手（天策）に分けて持つ。

②　地策から１本を抜き，左手の小指と薬指の間にはさむ。

③　天策を取り上げて，８本ずつ数えてゆく。

④　余った策を左手の薬指と中指の間に挟む。ちょうど８本ずつなったときは余り０本とする。指の間に挟んだ筮竹をまとめて，「１＋余り」を数えるところまでは中筮法と同一である。卦の定め方が異なるのである。

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$8-x$	7	6	5	4	3	2	1	0
	乾	兌	離	震	巽	坎	艮	坤

乾から坤までを決めてしまうのである。１回目で下卦，２回目で上卦を決めてしまう。

この場合は之卦を別に定めなくてはならない。

①　筮竹を２組に分け，それぞれ右手（地策）と左手（天策）に分けて持つ。

②　地策から１本を抜き，左手の小指と薬指の間にはさむ。

③　天策を取り上げて，６本ずつ数えてゆく。(８でなく６である)

④　余った策を左手の薬指と中指の間に挟む。ちょうど６本ずつなったときは余り０本とする。指の間に挟んだ筮竹をまとめて数えると，1, 2, 3, 4, 5, 6 のいずれかになる。変爻となるのは，１ならば初爻，２ならば二爻，・・・としていく。

【数学的考察】

変爻は必ず１つ生じ，２つ以上は生じないのである。略筮法は上記の本筮法や中筮法を簡単にしたのでなく別物である。

老：少＝1：5　　　　陽：陰＝1：1

XI．　擲銭法（てきせんほう）とはコイン投げのことである。

【方法１】３枚のコインを投げて，その裏表で次のように卦を決める。

表３枚	裏０枚	老陽
表２枚	裏１枚	少陰
表１枚	裏２枚	少陽
表０枚	裏３枚	老陰

６回繰り返して，本卦と之卦をともに得る。

【数学的考察】

組合せを考えれば，

老陽：少陰：少陽：老陰＝１：３：３：１　　　老：少＝(1+1)：(3+3)＝１：３

が容易に分かる。中筮法と同一である。

【方法２】銅貨５枚と銀貨１枚のコインを掌中に収めて振る。順番に１枚ずつ出して，裏表で陰陽を決める。銅貨は少，銀貨は老として，本卦と之卦を同時に得る。

【数学的考察】

略筮法と同一である。

XII．　パソコンでのシミュレーションを意識して，本筮法のアルゴリズムが明白となるように記述した。なお，易のソフトウェア [5] が市販されているが，本筮法に基づいていず，面白味に欠ける出来映えである。

【追補】以上で本論は終了する予定であったが，重要な見落しに気が付いた。49本の筮竹を二分するのは，天策を0～49までの乱数を用いれば良いと思い込んでいた。しかし

1．二分で０本はおかしい。また一目で何本か判明するならば，恣意が入り，占いでない。

2．一本ずつ左右を決める試行とみて，二分は一様分布でなく２項分布に従う。

よって次の修正が必要である。

筮竹の本数 n に応じて，１桁の整数を乱数を n 回派生させ，偶数の回数を a_0，奇数の回数を b_0 として，天策・地策の本数を定める。ここで不等式 $-t \leqq a_0 - b_0 \leqq t$ の条件を導入する。ここで $t=2\sqrt{n}$ が適当と考える。$a_0 + b_0 = n$ より，$a_0, b_0 \geqq n/2 - \sqrt{n} > n/4$ を得るので，問題点１は解消する。整数 a_0, b_0 はともに平均 $n/2$, 偏差 $\sqrt{n/4}$ だから，差 $a_0 - b_0 = 2a_0 - n$ は平均0，偏差 $\sqrt{n}$ である。偏差の２倍の範囲をとったので約95％はこの不等式を満たす。したがって，数回の乱数を派生でこの不等式を満たす二分を得る。

$a_1 = a_0, b_1 = b_0$　として本筮法【数学的考察】へ引き渡す。出現率の修正は以下の通り。

【n=49】一変→二変　　　　40本の場合：44本の場合＝4561743：14238543≒1：3.12

【$n=44$】二変→三変　36本の場合：40本の場合＝3285：3526≒1：1.07

【$n=40$】一変→二変，二変→三変　32本の場合：36本の場合＝1123889：1065026≒1：0.95

【$n=36$】二変→三変　28本の場合：32本の場合＝595527：614459≒1：1.03

【$n=32$】二変→三変　24本の場合：28本の場合＝3377：3200≒1：0.95

「本筮法」において，以上を考慮に入れると，

老陽：少陰：少陽：老陰≒3.17：7.53：5.02：1

＜本卦＞　陽：陰≒1：1.04　　＜之卦＞　陽：陰≒3：5.08

と修正される。今後の課題を整理してまとめとする。

1．上記アルゴリズムによるシミュレーションと実際の占筮法と対比。上述の t の決め方は $1/p \leqq$ 天策／地策 $\leqq p$ における $p=2$ の場合に相当する。p はより1に近くとった方が適切かもしれない。

2．$t=n$，すなわち　$p\to\infty$ の場合は，公式

$$ {}_nC_s+{}_nC_{4+s}+\cdots+{}_nC_{4m+s}=\frac{2^n}{4}\left(1+\frac{2}{2^{n/2}}\cos\frac{(n+s)\pi}{2}\right),\quad (s=0,1,2,3,\quad 0\leqq n-4m-s\leqq 3) $$

を用いれば，Ⅷ節の結果は近似的に成立する。(小数点以下４位まで正確)

3．陽：陰が１：１ではない事への易学からの解釈を行う。

4．律歴史にある271と周易にある50との関係をⅧ節の観点で説明をする。

参考文献

1．平山　諦：東西数学物語　恒星社厚生閣　増補版　1973年

2．易経：①高田真治・後藤基巳訳 岩波文庫　1969年　②丸山松幸訳 徳間書店　1965年

3．藪内　清：中国の数学　岩波新書　1974年

4．朱子　周易本義：中村璋八・古藤友子訳　明徳出版社

5．福田有宵監修：易占機関　アスキー出版　1993年（FDD 付き）

"EKI" from Mathematical View
— Divination and its Probability —

Takeo FUNAKURA

Department of Computer Science and Mathematics
College of Science and Industrial Technology,
Kurashiki University of Science and the Arts,
240 Nishinoura, Tsurajima-cho,
Kurashiki -shi, Okayama 712, Japan

(Received September 30, 1996)

"EKI" is a Chinese traditional divination lore which has an algebraic system. It goes back to the tenth century B.C. We remark that there exist many different ways of divination. In order to construct simulation of "EKI" on personal computer we analyze the algorithms of the ways of divination.