倉敷阿智神社の算額と奉納者

−その２：石井資美奉納算額−

船倉　武夫

倉敷芸術科学大学産業科学技術学部

(2001年９月28日　受理)

１．まえがき

前論［10］に続きである。すなわち阿智神社算額（第一面）の『第２問』ならび『愚問』に関連する話題を扱う。数理的考察のみに留めず，文化史的側面の理解を図ることを目的とする。

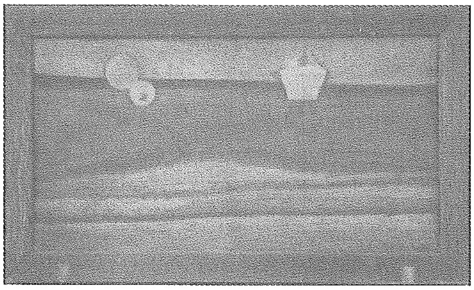

図１．算額（第一面）縦610㎜×横1210㎜
寛政８年　石井資美奉納
近畿和算研究会解読

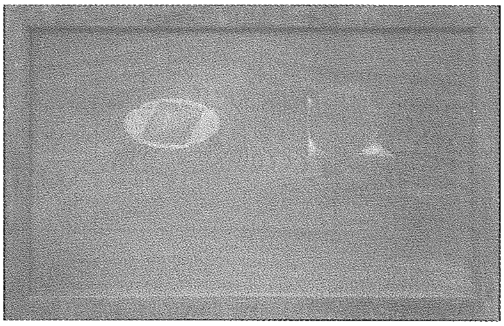

図２．算額（第二面）縦640㎜×横1030㎜
文政13年　内藤定次郎門中奉納
現在解読不能，内容は不明

図３．絵地図本町通付近，妙見宮（現阿智神社）
嘉永洪水絵図の一部　昭和44年早島町指定文化財
田んぼが水浸しで船が出ている。鳥居が妙見宮

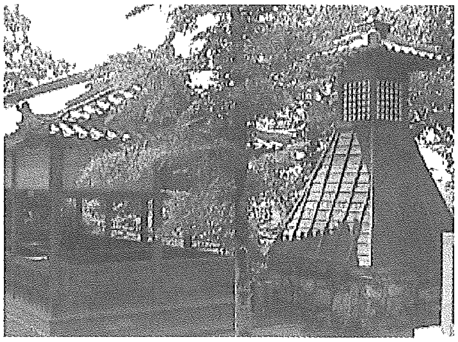

図４．阿智神社境内　絵馬堂と高灯篭

2．算額（第一面）第２問の問答術

表１

問題の原文	訓み下し	意味・現代数学表記	
今有平方面	今，平方面あり	幾つか正方形が有る	正方形の辺の長さを大小順に a_1，a_2...，a_n とおく
不知其段數	その段数を知らず	正方形の個数は分かっていないとする。	
只云列大方面逐開平方次第次為方面	ただ大方面を列し，平方を開き，次第に次の方面と為し遂ぐと云ふ	最も大きい正方形における辺の長さの平方根をとると次の正方形における辺の長さになる。このような関係が終わりまで続くと仮定する	$\sqrt{a_1}=a_2,\cdots,\sqrt{a_{n-1}}=a_n$ $a_2^2=a_1,\cdots,a_n^2=a_{n-1}$ ……①
又云大方面末小方面差一十四寸	また大方面と末の小方面の差一十四寸と云う	また最大の正方形と最小の正方形との辺の長さの差は14寸と仮定する	$a_1-a_n=14$ ……②
別云面和二十二寸	別に面の和二十二寸と云ふ	別に正方形における各１辺の長さの総和が22寸であると仮定する	$a_1+a_2+\cdots+a_n=22$ ……③
再云積和二百七十六歩	再び，積の和二百七十六歩と云う	再び正方形の面積の和は276歩と仮定する	$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=276$ ……④
問大方面如何	大方面の如何を問ふ	最大正方形の辺の長さを問う	a_1 の値を求めよ

表２

原　　文	訓み下し	意味・現代数学表記	
答曰	答曰く	結論のみを記す	
大方面一十六寸	大方面は十六寸	最大正方形の辺の長さは16寸である	
術曰	術曰く，	結論を得るためのアルゴリズム	
列積和内減面和及差餘四度之加入一個開平方 見商加入一個折半之得大方面	積和を列し， 内に面和及び 差を減じた餘を 四度し， これに一個を加入し 平方に開く。 見たてし商に一個を加入し，これを折半すれば大方面を得る	積和①から 面和④及び 方面差②を引いた差（正数）を ４倍し＋１してから 平方に開く 獲得した平方根に＋１を加えてから１/２すればよい	①を④を代入し $a_1^2+a_1+\cdots+a_{n-1}=276$ これから③を引いて $a_1^2-a_n=254$ 更に②を引いて $a_1^2-a_1=240$ これを４倍して+1して， $4a_1^2-4a_1+1=961$ 平方完成して $(2a_1-1)^2=31^2$ $a_1=\dfrac{31+1}{2}=16$

3．問答術の検討

○　『方』は四角形であり，平方で正方形となる。ところで，広辞苑によると『面』の語義に「物の外郭を成す，角だっていないひろがり」とあり，面とは平面図形の場合，辺に相当する。したがって平方面は正方形の辺となる。

○　十，百，千までは，一を省略して呼称する。ところで一万という。続けて十万，百万と一を略すが，一千万となる。しかし江戸時代，一を略さないことを注意しておきたい。すなわち，歴史的には先ず省略しない表現があって，省略しても誤解が生じないことを経て，省略形が生じた。つまり教育的には，111＝千百十(せんひゃくじゅう)でなく，まず一千一百(いっせんいっぴゃく)一十(いちじゅう)としておくべきで，後で「一を略しても良い」と説明すべきであろう。

○　明治24年（1891）に度量衡法にて定めた基準によれば，長さの単位において「寸　尺ノ十分ノ一」面積（地積）の単位において「歩或ハ坪　六尺平方」とある。1歩＝36平方尺となる。元来，1歩（ブと訓む事が多い）は，左右の足を1歩(ぽ)ずつ計2歩(ほ)進んだときの距離を指していた。そしてその距離を一辺の長さとする1歩四方の正方形の面積もまた1歩と称した。宅地では『歩』の替わりに『坪』を用いた。

○　ところで，$a_1 = 16, a_2 = 4, a_3 = 2$ であり，単位を無視すれば，数値は合う。しかし『問題』の字面通りに，尺で統一するならば，$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 2.76$ 平方尺＝0.0766…歩であり，合わない。幾つか仮説を検証してみよう。

＊　奉納者石井の勘違い，もしくは算額製作時の誤写
しかし答えから容易に逆算して気が付く初歩的ミスである。塩飽から反論の算額を受けたように，掲額直後に指摘を受けるはずである。しかも掲額後であっても容易に修正できる文字修正である。この仮説は棄却してよい。

＊　解読者が『歩』を『寸』と誤読
算額が図1のような保存状態であるから，この可能性は否定できない。

＊　第三の仮説
広辞苑の『坪』の記事に「錦などの高価な織物や金属板などの面積の単位。一寸四方。寸坪。」とある。つまり縦横の同じ長さで区切った格子の一つの枡目を指す。例えば，錦や金箔は一寸角，皮革は一尺角を意味する。このことを敷衍すれば，字面通りのままでもすべて整合する。

○　2次方程式を解くとき，平方完成（和算用語では帯従開平法）を用いている。これは塩飽が但し書き「不用天元術請算顆術答（天元術を用いず，算顆術の答を請ふ）」の趣向に沿う。つまり算木を用いずソロバンだけで計算することを要請している。

○　神谷幸吉定令が安永9年5月（1780年6月）東都愛宕山神社に奉納した算額の問題と類似している。『神壁算法』初版（下巻）［9］より，引用する。

＊　今有レ併平方不レ知其段數積和若干只云方面各和内減下自末方面一上三次之方面上止餘若干又云毎二方面一逐差五分之三也依レ之欲レ設下得三首方面之正商與二末方面之負商一開方式三問二其術如何一

なお，神谷定令の門人が文化元年４月（1805年５月）に吉備津神社に算額を奉納していることが，『続神壁算法』ならび『続賽祠神算』に記録があることを注意しておく。

○　石井が天満天神に奉納した算額に数列の問題がある。山田廣胖『数術山田集』（東北大学林文庫）より引用する。

＊　今有物一万四千一百四十八個不知其人数只言以始之二十三分之四為末之取分又云差各一個六十五分之一十一問得始末之取分及人数

答曰　人数一百三十一人　始取一百八十四個　末取三十二個

なお，山川に，『天満天神算術奉納納写』（大阪府立図書館）がp. 97に同問が別の表現で引用されている。しかも同書p. 17では京都府立図書館蔵とあり，p. 235（204）には金光図書館蔵『諸社絵馬写』に掲載されていると，記事に食い違いがある。これらの検討は次の機会へ譲る。

補足　『神壁算法（しんぺきさんほう）』寛政１（1789），『続神壁算法』文化４（1807）は算額から原則１額１問を精選した算額問題集である。編は藤田嘉言（1772～1828），閲は藤田貞資（1734～1807）である。なお，貞資は，会田安明と和算史上記録に残る論争を17年間に渡って続けてきた人物である。神谷定令も貞資の有力な門下生である。『賽祠（さいし）神算』や『数術山田流』なども算額問題集である。なお，後者の著者である山田広胖は安島直円の門下生である坂部広胖（1759～1824）と推測されている。安島は，傍斜術（外接する複数の円の共通接線における接点間の距離と直径との関係）も研究した。第９節を参照のこと。

４．石井家系譜

算額そのものに対して直接的には重要でないが郷土史として背景に触れることに意義があろう。なお，表３および表４は井上賢一［２］［３］の調査に基づく。

○　倉敷村町内小前商売留帳によれば，1832軒のうち，寺子屋３軒（五郎兵衛，新左衛門，源左衛門），手習師匠１軒（元右衛門）が記載されている。

○　岡山県内和算及珠算教授所調（日本教育史資料）に，天明８（1788）［開業］～天保５（1834）［廃業］，真鍋鶴右衛門が「算術・読書」を男子120名・女子30名に教えているとの記録がある。なお，笠岡沖にある真鍋島と関連がありそうだが，未確認である。

○　文政11年に，倉敷村の百姓佐右衛門は代官の大草太郎右馬に「学文所」設立の願い（図６）を出している。その中で『学文所勤方并雑費積』に次のような箇所がある。筆者が句読点を追加し，仮名統一した。

＊　筆道師壱人　出勤。一，算道師壱人　出勤。勤方毎夕出勤仕り，塾生に教授す。庄屋・年寄の子弟は，筆算もまた職分の一大事。故にこの両師を置き，賄五両ツ。金相場に不拘，銀札三百目と定む。当時この両師を置ず。その備へ成就の時，この両師を撰出す。

表3

初　代	八左衛門資政	享保20（1735）没57歳	本家は酒津の蔵本屋石井家の出。元禄10年ごろ，岩崎町（坂本町とも云った）移住し，屋号として坂本屋を名乗る。正徳元年，井上町（阿知町）へ転居する。 室は秋岡氏
二　代	源　蔵　資　金	安永4（1775）没60歳	明和6年2月（1769年3月）に義倉条約（新建義倉永代可救窮民条約）に連印している。義麦等級禄では，麦一石と記されているが，庄屋小野孫太夫と同高である。 明和9年8月（1772）の倉敷村町内小前商売留帳に「百姓　源蔵」とある。なお，醤油造りをしていたようだが未確認である。 室は安原氏
三　代	仲　蔵　資　興	安永6（1777）没28歳	忠蔵とも記す。矢掛村石井藤九郎の次男を夫婦養子 室は金川村駒井甚十郎の娘津祢
四　代	源　蔵　資　美	宝暦11（1761）～享和2（1802）没41歳	二代の長男 天明8（1788）申歳改麦等級禄には，「中等二石」とある 寛政2（1790）新禄旧禄騒動が始まり，石井家は新禄派である 寛政3（1791）墓所に先祖供養の碑建立 寛政4（1792）倉敷市帯江不洗観音寺へ閼伽井を奉納 寛政7（1795）大阪天満天神へ算額奉納 寛政8（1796）阿智神社へ算額奉納 室は三代の室津祢である
五　代	源　蔵　光　雄	嘉永2（1849）没64歳	四代の長男 文政5（1822）における江戸訴訟状に連署連印した中で，持高四石とある。
六　代	八三郎政家	嘉永6（1853）没31歳	五代の長男

5．内田屋塩飽家

杉屋塩飽家の分家，代々，内田屋塩飽五郎右衛門と名乗り，向市場町（本町）に住んだ。表4にまとめておく。

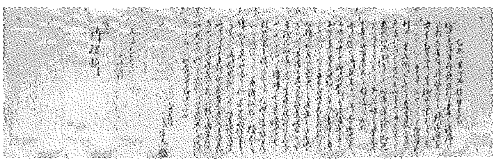

図6．学文所認可願書　文政11年　倉敷市史編纂室

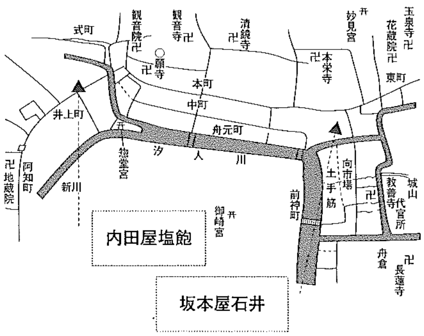

図5．

表4

五郎右衛門　忠柯	安永7年(1778) 没　55歳	明和6年2月（1769年3月）『義倉条約　義麦等級禄』に麦一石とある。明和9年（1772）『町内小前商売留帳』には，「五郎右衛門　酢醤油并質物取」とある
五郎右衛門　精斎	文政3年(1820) 没　67歳	不及庵と号し茶道（藪内流）や　挿花を嗜む。
五郎右衛門　？		寛政2（1790）新禄派として訴状に連署。天明8（1788）中次等　一石五斗。文政5（1822）持高27石。天保5（1834）教諭所（明倫館）が開校。『教諭所取建につき世話役名前書上』に内田屋五郎右衛門の名前がある
常次郎 経治（ツネハル）	文政5（1822）～天保7年7月25日（1836年9月5日） 満14歳没	経治は文政10（1827）ごろ内藤真矩の塾に入門。文政13（1830），石井の算額の第一問を一般化した算額を掲額。師内藤定次郎は書状で「当地，内田屋五郎右衛門子息，年明十才に相成り候者，旧臘大晦日，氏神へ奉額仕り候」。墓碑「清齊之男　常太郎」とある。精斎の子であることが分かる。年齢から逆算すると精斎の最晩年67歳での子となる。完全には整合していない？

6．阿智神社

○　阿智神社絵葉書にある阿智神社略歴から，由緒を引用する。

＊　当地海島の昔水夫漁民の祖神として，又港上安全の守護神として応神町より祀られる。元亀・大正より，江戸時代初期までに，古の阿如潟は陸地墾田と化し，氏神として明剣宮又は妙見宮と称せられしが，明治二年に延喜の旧称に復し阿智神社と称せらる。明治4年郷社に明治四十三年氏子区域内の十二杜が当本社に合祀さる。

このように明治維新以前は神仏混合であり，観龍寺が阿智神社の別当寺であった。妙見宮であった痕跡は，現在の神社の境内からは払拭されている。算額を奉納した往時を理解するために次の史料を追加しておく。

○　村社阿智神社書上写（小野家文書：明治7年12月）（句読点送り仮名を追加）［5］

＊　往古は村内旧族の者，四五家，交番に祭典執行致せし由。およそ二百四十余年前のころ，現今祠掌奉職小野蔚の先世の者，同村観龍寺住持（名は兆誉）致せし故，総方申し合わせ氏神奉祀向き，一切堂寺へ委任致せし。仏家の固習にて，三神を三躰妙見と表称致し，混淆の祭事行ひ来たり候ところ，去る戊辰年御布令に依って，神仏引き分けの際，古老伝聞かつ一ノ宮吉備津神社記録等に徴し，阿智神社復号相願い，三神霊を厳祭し，「辛未九月故倉敷県より郷社の列申し渡さる」。猶辛未八月倉敷県庁鎮守八幡宮の相殿に遷座いたし，爾後，四座の神霊を奉祀致し候。

ここで天照大神と素戔嗚尊との誓約によって生まれたのが宗像三女神，田霧姫命，湍津姫命，市杵島姫命である。その名前には象徴的な意味が込められている。湍津とは水などがわきかえ，激しく流れ様をさす。市杵は斎女の意であり，市の立つ場所に祀られた市神にも通じる。いぞれにしても，祭神は，海上交通と商売の守護神であり，倉敷の歴史的な立地と合致する。

○　妙見信仰

北極星は一晩中動かない星として古来より航海などで北を指す星として重視するだけでなく，すべての星が北極星を中心に運行するので，古代中国で，北極星に対する信仰が生まれた。つまりあらゆる星が北極星を中心に巡ることから，全宇宙を司る星（神）として崇拝され，北辰と呼び，天帝の化現した姿だと信じた。

北辰から，日月が生じ，五星（木：青，火：赤，土：黄，金：白，水：黒）が生まれ，それが五行になり，万物を構成する元素と考えた。相生：木→火，火→土，土→金，金→水，水→木は生じ，相剋：木→土，土→水，水→火，火→金，金→木は剋する。相生は和合，相剋は不和という。（図７）

仏教には，五大（地水火風空）がある。五輪である。下から地輪は方，水輪は球，火輪は三角，風輪は半球，空輪は宝珠形である。五行と五大が重なり，つまり北辰信仰を，仏教に取り入れて，妙見菩薩信仰が生まれた。さまざまな星供養を生み出し広まった。特に密教や日蓮宗で広く信仰されていた。妙見宮（阿智神社）の別当（神仏混淆として，神社を管轄）した観龍寺は密教系の真言宗（東寺が本山の真言密教）である。妙見菩薩は尊星王，北辰菩薩ともいった。神道では，天地初発のときに高天原に最初に出現した天御中主神を天中央に位置し，北極星を神格化する。

北極星は海上運航には不可欠であり，信仰の対象として合点がいく。

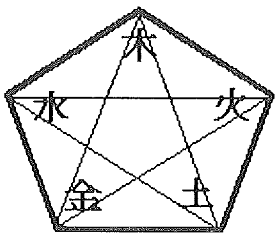

図７.

７．五 角 形

石井の算額の第一問で五角形を取り上げた理由を考察してみよう。石井が純然たる数学的問題として，五角形が内在する多様な性質に関心を引きつけられたとすることは，和算家として当然であろう。

ところで学問の神としての天神（菅原道真）が祭神である。五弁の梅がそのシンボルである。図８左は大宰府天満宮の『梅の花』である。因みに図８右は，阿智神社の『右三つ巴』である。

ところで，天保９年倉敷村明細帳に「妙見宮境内末社　天神小社　荒神小社」とあるように，妙見宮は天神も信仰の対象としていた。石井は大阪天満宮にも算額を奉納しているように，彼が天神信仰を持っていたのだろうか。

ところで岡山の各地に五角柱の石塔があり，地神を祀っている。この「五角柱地神碑」は正富博行［6］によって調査されている。現在の，阿智神社の境内，菅原神社の東北側に一列に並んでいる。（図9）明治時代に合祀されたという（未確認)。東西の碑の五面は，時計回りに，天照大神（あまてらすおおみかみ）・小彦名命（すくなひこのみこと）（酒造りの神）・倉稲魂命（うかのみたまあのみこと）（五穀の神）・埴安媛命（はにやすひめのみこと）（土の神）・大己貴命（おおなむちのみこと）（大国主命）と刻まれている。１辺が13㎝の５角形であり，台石を除き高さは65㎝である。中央の細い碑は，堅牢地神龍王（大地を司る神）・白龍王・黒龍王・青龍王・赤龍王と刻まれている。なお，方角は西⇔白，北⇔黒，青⇔東，赤⇔南と五行におおむね対応している。１辺が約9.5㎝で，台石を除き高さは60㎝強である。３碑とも花崗岩である。五角柱地神碑が岡山県南で広く多く建立されるようになったのは，石井が算額を奉納した寛政年間以降である。石井の信仰心が，五角形の問題を選んだと推断できなくない。

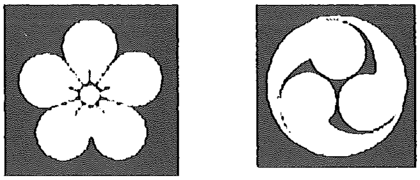

図８．家紋

図９．五角柱地神碑

８．前文

前論文の訓点に難点があったので，個々に修正する代わり，全文を訓み下す。

表５

大坂天満宮奉納算額（寛政７年）	阿智神社奉納算額　（寛政８年）
それ天地万物これの間，数を尽くすは算に如かず。算これ物事において，事なきなり。物になびきて到らずは有らず。天地万物これにおいて，算数大なるかな。惟ふにその理は無窮なり。その理を窮むるは術なるなり。故にその学ぶ所，すなわち道あり。而してその習ふ所，即ちここに法有り。しかれどもその法は多端なり。而して或ひは邪術入り，或ひは正理に乖きしは夥し。僕は昏愚，蒙昧，何を以て得るに能ふか。邪をさけ正を弁ずるや。然りといへども，この業に努力し，ここに有年祈れリ。当社の冥きを助けに一に粛みて掲ぐ。すなはち自問自答三条なり。これを以て，その奥旨を窮むるを欲す。併せて愚問一条を設け，同好を海内に待つ。ああ，それ算数この為用は大なるかな。術はまた大なるよりは精しきを冀ふのみ。	それ天地万物これの間，数を尽くすは算に如くはなし。算これ物において，算これ事において事なきて，物になびき到らずは有らず。天地万物これにおいて算数は大なるかな。惟ふにその理，無窮にして無窮にあらず。その理を窮むる者は術なり。故にその学ぶ所，すなわち道あり。而してその習ふ所，すなわち法あり。しかれどもその法は多端なり。或ひは邪術入り或ひは正理に乖きしは夥し。僕は昏愚，蒙昧，何を以て得るに能ふか。邪をさけ正を弁ずんや。然りといへども，この業に努力し，ここに有年祈れり。当社の冥きを助けに一傍に粛みて掲ぐ。すなはち自問自答二条なり。これを以て，その奥旨を窮むるを欲す。併せて愚問一条を設け，同好を海内の末で待つ。ああ，それ算数の為用は大なるかな。術はまた大なるよりは精しきを冀ふのみ。

9．第三問（愚問）

［原文］今有如圖天地人三圓径眞小圓径只云縦若干又云横若干別云小圓径若干問得天地人三圓径之術如何

［意訳］図の様に天地人の三つ円径が有り，中央に小円径が填まっている。縦と横の長さが与えられている。小円径も分かっている。このとき，天地人の三の円径を求めるアルゴリズムを問う。

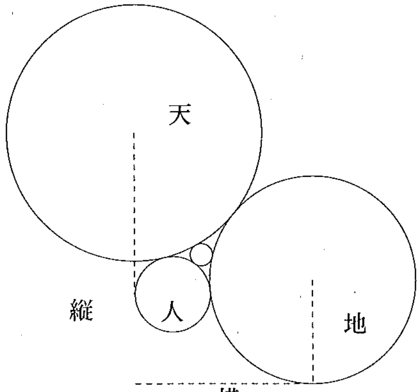

図10．愚問

10．算額応酬

石井が奉納する10年前の天明５年秋，石井の師である内田秀富門派妻野佳助重供は東都愛宕山に算額を奉納した。そこで２題扱っている。第１題は問・答・術が揃い，第２問は『愚問』として術抜きで出題している。これに対して次ぎの反論を受けた。

［原文］今有如圖甲乙丙三圓径其間容小圓径　只云甲圓径若干　又云乙圓径若干　別云丙圓径若干　問得小圓径術如何　乃不用開平方依九帰術問之

［意訳］甲乙丙の３円が互いに接していて，中央に小円がある。３円の半径の長さが与えられたとき，小円の半径を求めるアルゴリズムを問う。ただし開平方を用いず，九帰術によって解け。

藤田貞資門人　筑後州久留米藩　清水興一道香は同年，次のような算額を挙げた。

［原文］按此題依開平方而可得之九歸無所可施也又曰綴術則依歸除術宜施之雖然其業不至其地則不傳之故今闕其術

［意訳］この題は開平方に依って答えを得るのであって，九帰を施すところが無いと考える。また綴術すなわち帰除術を用いるとの意味と解釈するにしても，その業自体がかの地でも伝承されていず，もちろんわが国へも伝わってきていない。よってその術を用いよという要請は無意味でだ。

妻野佳助重供は「不用開平方依九帰術問之」を「但不用天元術」と書き直して，術を書いた算額を天明６年９月（1786年９月）に挙げた。再び清水興一道香は同年閏10月（1786年11月）に反論をした。

［原文］夫算法号九帰者所謂八也　号開方者開平方以上之統名也　只直指算法統宗号開方者即開平方也　響妻野重供之算題云請不用開平方以九歸術　而答之予謂無其術矣　後重供改云不用天元術則是也　然視施其術従甲乙丙之三圓心而設三斜以其三斜而求中鈎以丙円径除之得數号乾　而後施術其術有遇乗且迂遠也　按求中鈎者宜用開平方　故更設員数用開平方施術云　－以下略－

［意訳］九帰とは八算である。開方は開平方以上をまとめて名づけている。ただ算法統宗

では，開方を開平方としている。妻野重供の算題は開平方を不用であり九歸術を使ってこれに解答できると主張しているようだ。私がそのような術は無いだろうと謂ったら，重供は天元術を不用であると改めた。……開平方を用いた術を施している。

11. デカルトの円定理

深川英俊によれば，同問題は，中村時萬『賽祠神算』に東都牛込神楽坂昆沙門堂に寛政8年（1796）に掲額されたと記載があると述べている。省略した妻野および清水の術と対比検討も含めて，機会に改めて行いたい。ここでは，その準備も兼ねて，山川に掲載された証明（藤井康生）を，単独では読めるように加筆しておく。

図11のように，天地人の円の中心をO_1，O_2，O_3，半径をR_1，R_2，R_3と順におく。更に小円の中心点をP，半径をrsとする。$O_1O_2=a$，$O_2O_3=b$，$O_3O_1=c$とおく。

$R_1+R_2=a$，$R_2+R_3=b$，$R_3+R_1=c$ だから，$R_1+R_2+R_3=\dfrac{a+b+c}{2}$ である。故に，

$$R_1=\frac{-a+b+c}{2},\quad R_2=\frac{a-b+c}{2},\quad R_3=\frac{a+b-c}{2}$$

○　三角関数の加法公式を用いた証明

先ず点Pにおいて，$\angle O_1PO_2=\alpha$，$\angle O_2PO_3=\beta$，$\angle O_3PO_1=\gamma$とおけば，$\alpha+\beta+\gamma=2\pi$である。このとき

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma-2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma-1=0\cdots\cdots①$$

を示すことは容易である。次にΔO_1PO_2において，$O_1P=R_1+rs$，$O_2P=R_2+rs$，$O_1O_2=R_1+R_2$として，余弦定理から，

$\cos\alpha=\dfrac{rs^2+(R_1+R_2)rs-R_1R_2}{rs^2+(R_1+R_2)rs+R_1R_2}$ を得る。同様に

ΔO_2PO_3 において，$\cos\beta=\dfrac{r_S^2+(R_2+R_3)r_S-R_2R_3}{r_S^2+(R_2+R_3)r_S+R_2R_3}$

ΔO_3PO_1 において $\cos\gamma=\dfrac{r_S^2+(R_3+R_1)r_S-R_3R_1}{r_S^2+(R_3+R_1)r_S+R_3R_1}$ を得る。

これらを①に代入し，R_1，R_2，R_3，r_Sの逆数で整理すれば，

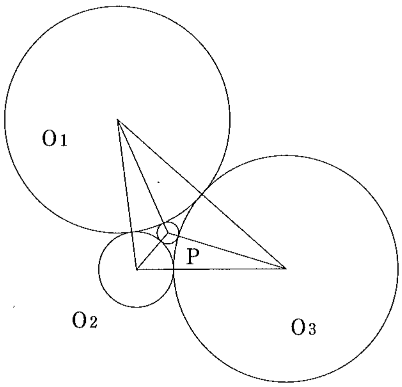

図11.

$$\frac{1}{r_S^2}+\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}+\frac{1}{R_3^2}=\frac{2}{R_1R_2}+\frac{2}{R_2R_3}+\frac{2}{R_3R_1}+\frac{2}{r_SR_1}+\frac{2}{r_SR_2}+\frac{2}{r_sR_3}\cdots\cdots②$$

とまとまる。

円O_1，O_2，O_3に外接する大円を描き，その中心点をQ，半径をr_Lとおけば，$O_1Q=-R_1+r_L$，$O_2Q=-R_2+r_L$，$O_1O_2=-R_1+R_2$でり，同様に

$$\frac{1}{r_L^2}+\frac{1}{R_1^2}+\frac{1}{R_2^2}+\frac{1}{R_3^2}=\frac{2}{R_1R_2}+\frac{2}{R_2R_3}+\frac{2}{R_3R_1}-\frac{2}{r_LR_1}-\frac{2}{r_LR_2}-\frac{2}{r_LR_3}\cdots\cdots③$$

を得る。ここで差②－③を両辺それぞれ計算して，$\frac{1}{r_S}+\frac{1}{r_L}$で整除すると，次の美しい定理を得る。

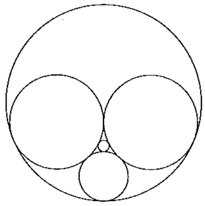

図12.

定理　互いに外接する共通する外接大円と内接小円の半径r_L，r_Sそれぞれの逆数の差は，３円の半径R_1，R_2，R_3の逆数の和の２倍と一致する。

$$\frac{1}{r_S}-\frac{1}{r_L}=\frac{2}{R_1}+\frac{2}{R_2}+\frac{2}{R_3}$$

12. 和算家の解法の意義

深川が紹介した小円の半径の求める方法は，傍斜術に基づき，計算量が少なく簡明である。しかし三角比を使わないため，証明の流れが読み取り難しい。三角比を用いて，証明の本性を明確にしておく。

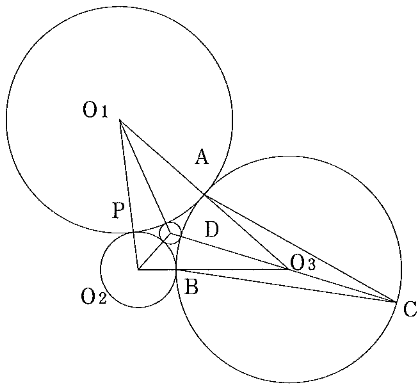

図13.

$\angle ACB=\theta$とおく，$DC=2R_3$，

$\angle DAC=\angle DBC=\pi/2$，$\angle ADB+\angle BCA=\pi$である。ΔACBへの余弦定理を用いて

$$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos\theta\cdots\cdots⑤$$

円O_3はΔACBの外接円であるから，正弦定理より

$$\frac{AB}{\sin\theta}=CD\cdots\cdots⑥$$

⑥を⑤に代入して，三角関数を含まない等式

$$\mathrm{AB}^2-\mathrm{AC}^2-\mathrm{BC}^2=2\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BC}\sqrt{1-\frac{\mathrm{AB}^2}{\mathrm{CD}^2}}\cdots\cdots⑦$$

を得る。

［三円傍斜術］とは，⑦を4円の半径で表現した式に相当する。$\Delta O_1O_2O_3$とΔABO_3とに関して，$\angle O_1O_3O_2$における余弦定理を対比して$\frac{\mathrm{AB}^2-2R_3^2}{R_3^2}=\frac{(R_1+R_2)^2-(R_1+R_3)^2-(R_2+R_3)^2}{(R_1+R_3)(R_2+R_3)}$,

これを整理して $AB^2=\dfrac{4R_1R_2R_3^2}{(R_1+R_3)(R_2+R_3)}$ を得る。ΔO_2O_3P と ΔBO_3C とに関して，同様に

$BC^2=\dfrac{4r_SR_2R_3^2}{(r_S+R_3)(R_2+R_3)}$ を得る。ΔPO_3O_1 と ΔCO_3A とに関して，同様に $AC^2=\dfrac{4r_SR_3R_1^2}{(r_S+R_3)(R_1+R_3)}$

を得る。

これらを⑦に代入して②が求まる。R_1，R_2，R_3，r_S を逆数を取ってから代入した方が，計算量を減る。

13. 自然は複雑

三角形の面積を分割する発想は自然である。つまり

$$\Delta O_1O_2O_3=\Delta O_1O_2P+\Delta O_1PO_3+\Delta PO_2O_3$$

において，各三角形にヘロンの公式を使えば，４つの半径 r_S，R_1，R_2，R_3 に関する等式を得る。しかし４つの平方根が出てきて，それらを外すには，計算量は思にがけず多量かつ煩雑である。各位確かめられたい。

14. 愚問の術

横の長さを s，縦を延長して横と左下で交わる点と天の中心の距離を t と書く。更に，人円の中心と横線との距離を y とおく。このとき，中心点の間の距離 O_1O_2，O_3O_1 を考えて，

$$(R_1+R_2)^2=(t-y)^2+R_2^2 \qquad (R_3+R_1)^2=s^2+(t-R_3)^2$$

が成立する。第１，３式からそれぞれ

$$R_2=\frac{1}{2}\left(-R_1+\frac{(t-y)^2}{R_1}\right)\cdots\cdots⑦ \qquad R_3=\frac{1}{2}\left(\frac{s^2}{t+R_1}-R_1+t\right)\cdots\cdots⑧$$

を得る。⑦の形式から，y（天円の中心から横との交点までの距離）でなく $t-y$（天円の中心から人円の接点までの距離）を縦にした理由かもしれない。距離 O_2O_3 を考えて，$(R_2+R_3)^2=(s-R_2)^2+(R_3-y)^2$ に⑦と⑧を代入して，y に関する２次方程式

$$(-3R_1^2+2(s-t)R_1+(s+t)^2)y^2+(-2R_1^3+2tR_1^2+2(s-t)^2R_1-2t(s+t)^2)y$$
$$+R_1^4-2sR_1^3-(3s^2+2st+2t^2)R_1^2-2st(s-t)R_1+t^2(s+t)^2=0$$

を得て，y に関して解く。その解を⑦に代入して，R_2 を y を含まず R_1 で表示できる。

②へ R_2，R_3 を R_1 で表わした式を代入して，R_1 に関する方程式を得る。したがってアルゴリズムがあり，数学的には解ける。しかし数式処理ソフト（Maple）を用いて実際に解いて調べてみたが，異常に煩雑である。

したがって条件が欠落している可能性が否定できない。

○　作図の観点

「開平方」に制限する和算家の考えは，コンパスと定規だけよる作図法と一致する。

先ず，縦横の破線を引く。すなわち，縦横が交わりかつそれらの長さが既知とする。次に縦の端点を中心とした天を適当な半径で描く。横の端点を横の延長線との接点とする円を描き，半径を調節して，天円と接する場合は一意的に確定する。それを地とする。⑧を活用すればよい。（具体的作図法は省略する）同様に⑨を活用して人の縦との接点が作図できる。更に，⑦により，人が作図できる。②から，天地人が与えられたとき，小円もまた作図可能である。

○　取り敢えずの結論

史料検討が不足な部分が多いので断定はできないが，「小円の半径を計ったならば，或る値であった。このとき作図法を逆に辿ることによって，天円・地円・人円の半径を求めることが出来るだろう。」と石井が考えたとの推測を提示して，本拙論を終わりとする。

図14．嘉永７年（1854）備中国巡覧大絵図（池田文庫）

高梁川から倉敷美観地区辺りを抜け，児島湾へつながり河川交通の要所にあった。

文献

1．山川芳一　岡山の算額（私家本）1997年
2．井上賢一　倉敷の和算家達　山陽和算研究会会誌　6号　1－7　1988年
3．井上賢一　倉子城道聞（私家本）　第一集　第二集　1983年
4．深川英俊　例題で知る日本の数学と算額　森北出版　1991年
5．倉敷市研究会　新修倉敷市史　山陽新聞社　刊行中
6．正富博行　岡山の地神様　吉備人出版　2001年
7．角田直一　倉敷浅尾騒動記　山陽新聞社　1964年
8．小泉袈裟勝編著　単位の歴史辞典　柏書店　1989年
9．荻野公剛　神壁算法の初版本　富士短期大学出版部　1967年
10．船倉武夫　倉敷阿智神社の算額と奉納者－その１－　本紀要第6号　35－46　2001年

文献〔10〕の正誤表（アンダーラインの箇所）

	誤	正
p.42↓4	$斜=\frac{天^2+半径^2}{天-円径\times\underline{平径率}}$	$斜=\frac{天^2+半径^2}{天-円径\times\underline{半径率}}$
p.42↓11	$BI=\frac{BF^2+FO^2}{BF-FO\cdot\underline{AF}}$	$BI=\frac{BF^2+FO^2}{BF-FO\ \underline{\cot\theta}}$
P.44↓20	清林常昭之墓，清齊之男　<u>常太郎</u>	清林常昭之墓，清齊之男　<u>常次郎</u>

Three Sungaku in the Achi Jinnja and Those Offerers
–Part 2 : the first Sangaku dedicated by Motoyoshi Ishii in 1796–

Takeo FUNAKURA
College of Science and Industrial Technology
Kurashiki University of Science and Arts
2640 Nishinoura, Turajima–cho, Kurashiki–shi, Okayama 712–8505, Japan
(Receved September 28, 2001)

During the Edo period through and the Meiji period in succession, many 'Wasan–ka' (called old Japanese mathematicians by the Japanese style method) had dedicated 'Sangaku' (votive pictures with regard to mathematics) to many Shinto shrines not only to thank the god for the discovery of theorems but also to challenge to others. Achi Jinja, a Shinto shrine in Tsurugata hill, has been looking down the old town of Kurashiki as tutelary deities. But at present we cannot see Sangakus there, because one of these has been lost and the remainders have been kept in the Okayama prefectural museum.

The paper is a sequel of the same title on the Bulletin in 2000 about the third Sungaku dedicated by Tsuneharu Shiaku in 1830. Its aim was to study the oldest Sangaku which was dedicated by Motoyoshi Ishii in 1796. The previous paper treats the first problem refuted by Tsuneji Siwaku in 1830. The main aim of this paper is to study the second problem and the open problem from of a mathematical and cultural viewpoint. The second problem treats a sequence of numbers which was rare on Sangaku, and the open problem called 'gumon' is a variation of a theorem on three circulars by René Descartes.